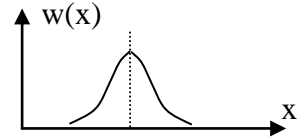


Fehlerarten

1. Zufälliger Fehler – treten statistisch verteilt um einen Mittelwert auf
→ Normalverteilung

Beispiele: Ableseunsicherheit $\pm \frac{1}{2}$ Skt.
Erschütterungen
Lagerkräfte (nur bei mech. Messgeräten)



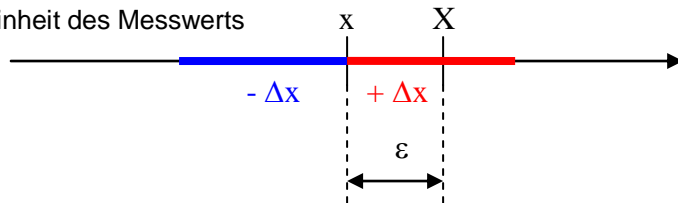
2. Systematische Fehler - treten unter gleichen Bedingungen mit gleichem Betrag und Vorzeichen auf
- sind die Bedingungen bekannt, kann man diese Fehler aus den Messwerten herausrechnen.

Beispiele: Reibungsfehler
Innenwiderstandsfehler
Eichfehler der Messgeräte $\pm \frac{1}{2}$ Skt.

Fehlerangabe

1. Wahrer Fehler ε - Abweichung des Messwertes x vom wahren Wert X : $\varepsilon = x - X$
- meist unbekannt, da der wahre Wert X unbekannt ist

2. Absoluter Fehler Δx - Intervall um Messwert x , welches den wahren Wert X mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit P enthält: $X = x \pm \Delta x$
- wenn Δx Größtfehler $\rightarrow P = 100\%$
- besitzt die Einheit des Messwertes



3. Messunsicherheit Δx_g : - auch Größtfehler $\Delta x_g = \sum |\Delta x_{\text{sys}}| + \sum |\Delta x_{\text{zuf}}|$

3. Relativer Fehler - Verhältnis aus Absolutfehler Δx und wahren Wert X
- da X meist nicht bekannt: $\frac{\Delta X}{X} \approx \frac{\Delta x}{x}$ (für kleine ε)
- einheitenlos

4. Prozentualer Fehler - Angabe des Relativfehlers in Prozent: $\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%$
- für Vergleiche am besten geeignet

Fehlerfortpflanzung

1. Bei Fehlern von Summen und Differenzen werden die Beträge der absoluten Fehler addiert:
 $f = ax + by - z \quad \rightarrow \quad \Delta f = |a| \Delta x + |b| \Delta y + \Delta z$

2. Bei Fehlern von Produkten und Quotienten werden die Beträge der relativen Fehler addiert:

$$f = a \frac{x y}{z} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z}$$

3. Bei Fehlern von Potenzen wird der relative Fehler mit dem Betrag des Exponenten multipliziert:

$$f = a \frac{x^n}{y^m} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta f}{f} = |n| \frac{\Delta x}{x} + |m| \frac{\Delta y}{y}$$

4. Fehler allgemein (totales Differential): $\Delta f = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial f}{\partial z} \Delta z$

Zufälliger Fehler in Messreihen

1. Arithmetischer Mittelwert: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

2. Standardabweichung σ_{n-1} : - mittlerer Fehler der Einzelmessung
 - **Stichproben**standardabweichung
 - empirische Standardabweichung
 - auch s_x oder s

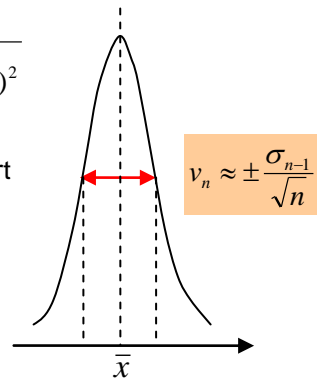
$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

3. Standardabweichung σ_n : - alle Elemente einer endlichen Grundgesamtheit werden erfasst
 - **Populations**standardabweichung
 - auch σ_x

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

4. Vertrauensbereich v_n : - enthält den wahren Wert mit einer statistischen Sicherheit von 68,3%
 - Wendepunktabstand

$$X \approx \bar{x} \pm \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

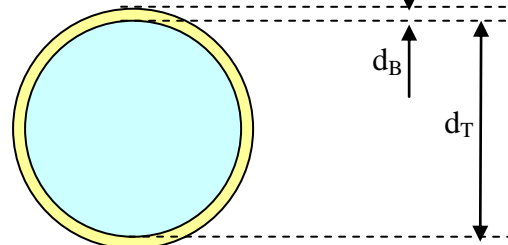


5. Streubreite R : - Variationsbreite $R = x_{max} - x_{min}$

Beispiel

Messen des Umfang eines Topfes mit 200,00mm Durchmesser (Herstellerangabe) durch Einfachmessung - π ist noch nicht bekannt!
 Messgerät - Textilbandmaß mit mm-Teilung

- Eichfehler $\pm \frac{1}{2}$ mm (systematisch)
 $\Delta u_E = \pm \frac{1}{2}$ mm
- Ablesefehler $\pm \frac{1}{2}$ mm (zufällig)
 $\Delta u_A = \pm \frac{1}{2}$ mm
- Dehnung 5mm pro 1m (systematisch)
 $\Delta u_D \approx +0,5\%$
- Bandstärke $\frac{1}{2}$ mm (systematisch)
 da Außenmessung: $\Delta d = 1$ mm → $\Delta u_B \approx +3$ mm ($u \approx 3d$)



bekannt

unbekannt

Messwert: z.B. $u = 632$ mm

Wahrer Wert: $u \approx 628,32$ mm

Größtfehler: $\Delta u_g = +6,5$ mm / -1 mm

Wahrer Fehler: $\varepsilon = 3,68$ mm

Durch Mehrfachmessung lässt sich lediglich der zufällige Fehleranteil senken. Der zufällige Ablesefehler $\pm \frac{1}{2}$ mm würde dann durch die Standardabweichung

oder den Vertrauensbereich ersetzt $\pm \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$.