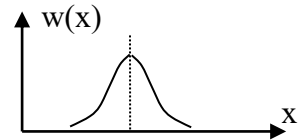


# Fehlerarten

1. Zufälliger Fehler – treten statistisch verteilt um einen Mittelwert auf  
→ Normalverteilung

Beispiele: Ableseunsicherheit  $\pm \frac{1}{2}$  Skt.  
Erschütterungen  
Lagerkräfte (nur bei mech. Messgeräten)

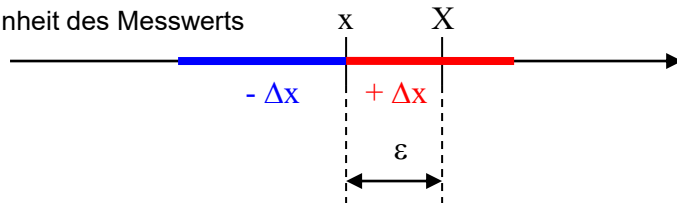


2. Systematische Fehler - treten unter gleichen Bedingungen mit gleichem Betrag und Vorzeichen auf  
- sind die Bedingungen bekannt, kann man diese Fehler aus den Messwerten herausrechnen.

Beispiele: Reibungsfehler  
Innenwiderstandsfehler  
Eichfehler der Messgeräte  $\pm \frac{1}{2}$  Skt.

# Fehlerangabe

1. Wahrer Fehler  $\varepsilon$  - Abweichung des Messwertes  $x$  vom wahren Wert  $X$ :  $\varepsilon = x - X$   
- meist unbekannt, da der wahre Wert  $X$  unbekannt ist
2. Absoluter Fehler  $\Delta x$  - Intervall um Messwert  $x$ , welches den wahren Wert  $X$  mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit  $P$  enthält:  $X = x \pm \Delta x$   
- wenn  $\Delta x$  Größtfehler  $\rightarrow P = 100\%$   
- besitzt die Einheit des Messwerts



3. Messunsicherheit  $\Delta x_g$ : - auch Größtfehler  $\Delta x_g = \sum |\Delta x_{\text{sys}}| + \sum |\Delta x_{\text{zuf}}|$
4. Relativer Fehler - Verhältnis aus Absolutfehler  $\Delta x$  und wahren Wert  $X$   
- da  $X$  meist nicht bekannt:  $\frac{\Delta X}{X} \approx \frac{\Delta x}{x}$  (für kleine  $\varepsilon$ )  
- einheitenlos
5. Prozentualer Fehler - Angabe des Relativfehlers in Prozent:  $\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%$   
- für Vergleiche am besten geeignet

# Fehlerfortpflanzung

1. Bei Fehlern von Summen und Differenzen werden die Beträge der absoluten Fehler addiert:  
 $f = ax + by - z \quad \rightarrow \quad \Delta f = |a| \Delta x + |b| \Delta y + \Delta z$

2. Bei Fehlern von Produkten und Quotienten werden die Beträge der relativen Fehler addiert:  
 $f = a \frac{x y}{z} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z}$

3. Bei Fehlern von Potenzen wird der relative Fehler mit dem Betrag des Exponenten multipliziert:  
 $f = a \frac{x^n}{y^m} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta f}{f} = |n| \frac{\Delta x}{x} + |m| \frac{\Delta y}{y}$

4. Fehler allgemein (totales Differential):  $\Delta f = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial f}{\partial z} \Delta z$

## Zufälliger Fehler in Messreihen

1. Arithmetischer Mittelwert:  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

2. Standardabweichung  $\sigma_{n-1}$ : - mittlerer Fehler der Einzelmessung  
 - **Stichprobenstandardabweichung**  
 - empirische Standardabweichung  
 - auch  $s_x$  oder  $s$

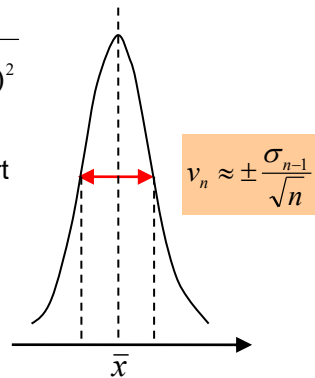
$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

3. Standardabweichung  $\sigma_n$ : - alle Elemente einer endlichen Grundgesamtheit werden erfasst  
 - **Populationsstandardabweichung**  
 - auch  $\sigma_x$

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

4. Vertrauensbereich  $v_n$ : - enthält den wahren Wert mit einer statistischen Sicherheit von 68,3%  
 - Wendepunktabstand

$$X \approx \bar{x} \pm \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

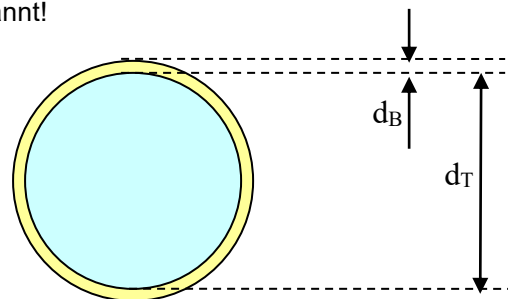


5. Streubreite R: - Variationsbreite  $R = x_{max} - x_{min}$

## Beispiel

Messen des Umfang eines Topfes mit 200,00mm Durchmesser (Herstellerangabe) durch Einfachmessung -  $\pi$  ist noch nicht bekannt!  
 Messgerät - Textilbandmaß mit mm-Teilung

- Eichfehler  $\pm \frac{1}{2}$  mm (systematisch)  
 $\Delta u_E = \pm \frac{1}{2}$  mm
- Ablesefehler  $\pm \frac{1}{2}$  mm (zufällig)  
 $\Delta u_A = \pm \frac{1}{2}$  mm
- Dehnung 5mm pro 1m (systematisch)  
 $\Delta u_D \approx +0,5\%$
- Bandstärke  $\frac{1}{2}$  mm (systematisch)  
 da Außenmessung:  $\Delta d = 1$  mm →  $\Delta u_B \approx +3$  mm ( $u \approx 3d$ )



**bekannt**

**unbekannt**

Messwert: z.B.  $u = 632$  mm

Wahrer Wert:  $u \approx 628,32$  mm

Größtfehler:  $\Delta u_g = +6,5$  mm /  $-1$  mm

Wahrer Fehler:  $\varepsilon = 3,68$  mm

Durch Mehrfachmessung lässt sich lediglich der zufällige Fehleranteil senken. Der zufällige Ablesefehler  $\pm \frac{1}{2}$  mm würde dann durch die Standardabweichung

oder den Vertrauensbereich ersetzt  $\pm \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$ .